II етап. Теоретичний тур. Завдання для Молодшої групи

1. Супутник Місяця.

Оцініть температуру штучного сферичного супутника Місяця, якщо його діаметр 160 см і він повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання? Як мінятиметься ця температура протягом року? Супутник дуже швидко обертається, а його теплопровідність - ідеальна.

(5 балів)

Розв'язання:

За законом збереження енергії відомо, що супутник, котрий перебуває у стані термодинамічної рівноваги повинен випромінювати стільки енергії, скільки поглинає від Сонця. Відомо, що густина потоку сонячної енергії дорівнює $W = 1367$ Вт/м^2 . Зважаючи, що Місяць є природнім супутником Землі, для оцінки температури штучного супутника скористаємся даною величиною.

Рівняння теплового балансу супутника:

$$W \cdot \tfrac{1}{4}\pi d^2 = \sigma T^4 \cdot \pi d^2$$

Після підстановки чисел шукане значення температури супутника

$$T \approx 279 \text{ K}$$

Зважаючи на річний рух Землі (а отже і Місяця) навколо Сонця робимо висновок, що для нас середня температура супутника Місяця зростатиме взимку, та знижуватиметься влітку.

2. Спостерігачі ШСЗ.

Деякий спостерігач знаходиться на екваторі та бачить супутник на висоті 40^o. Інший спостерігач, у той же момент часу, на тому самому меридіані, але на широті 50^o, теж бачить супутник на висоті 40^o. Площина орбіти супутника співпадає з площиною меридіану. У скільки разів радіус орбіти супутника більший за радіус Землі?

(10 балів)

Див. малюнок нижче

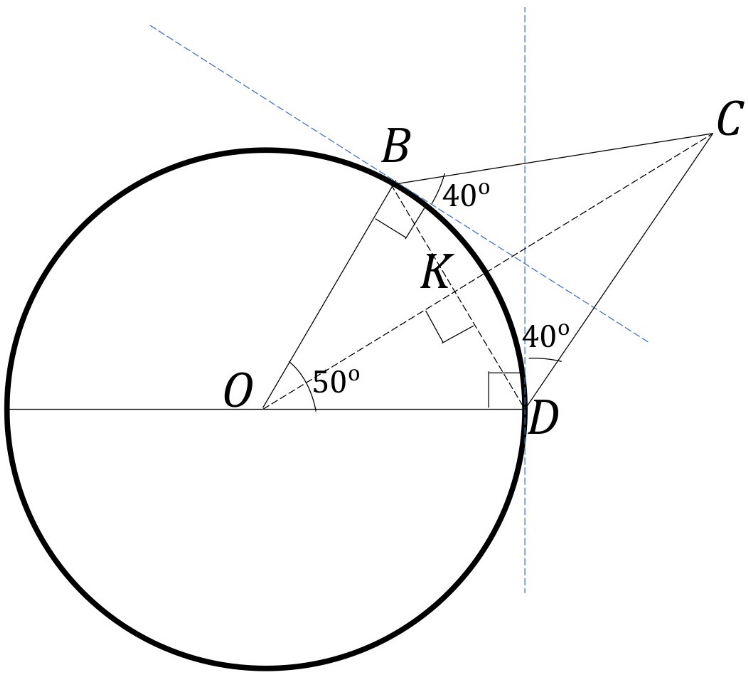
D — положення спостерігача на екваторі, B — спостерігача на широті 50^o, O — центр Землі, C — положення супутника. $\angle DOB = 50^o$. $OB = OD = R$ – радіус Землі. $K = BD \cap OC$

$\angle OBC = \angle ODC = 90^o + 40^o = 130^o$ (кут між дотичною та радіусом, проведеним у точку дотику + висота супутника над горизонтом)

У ΔCBO та ΔCDO: $\angle OBC = \angle ODC, OB = OD$ (як радіуси), OC — спільна ⇒ ΔCBO та ΔCDO (за двома сторонами та кутом між ними) ⇒ $\angle BOC = \angle DOC \Rightarrow OK$ — бісектриса $\angle BOD$. Також з $OB = OD$ маємо, що ΔBOD — рівнобедрений ⇒ за властивістю рівнобедренного трикутника, його бісектриса OC, проведена до основи, є також його висотою та медіаною ⇒ $OC \perp BD, KB = KD$

$$\angle BOC = \angle DOC = \frac{\angle BOD}{2} = 25^o$$

$$KD = KB = OD \sin \angle DOC = R \sin 25^o$$



$$OK = OD \cos \angle DOC = R \cos 25^o$$

$$\angle ODB = \angle OBD = 90^o - \angle KOD = 90^o - 25^o = 65^o$$

$$\angle BDC = \angle ODC - \angle ODB = 130^o - 65^o = 65^o$$

$$KC = KD \cdot \operatorname{tg} \angle BDC = R \sin 25^o \operatorname{tg} 65^o$$

$$OC = OK + KC = R \cos 25^o + R \sin 25^o \operatorname{tg} 65^o$$

$$\frac{OC}{R} = \cos 25^o + \sin 25^o \operatorname{tg} 65^o \approx 1.8$$

Відповідь: 1.8 рази

3. Подвійна зоря.

Подвійна зоря складається з компонент *A* та *B*. Задано період орбітального руху *P* = 50 років. Компоненти рухаються по еліптичним орбітам з ексцентриситетом *e* = 0.65. Річний паралакс компонент γ = 0.4″. Велика піввісь еліпса відносного руху має кутовий розмір α = 7.5″. Велика піввісь еліпса, по якому рухається компонента *A*, має величину α_A = 2.5″. Визначити сумарну масу системи.

(10 балів)

Розв'язання:

3-ій закон Кеплера для зорі

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{MG}, \qquad M \equiv M_A + M_B. \tag{1}$$

Для руху Землі навколо Сонця

$$\frac{T^2}{a_3^3} = \frac{4\pi^2}{M_\odot G}; \quad T = 1 \text{ рік}, \quad a_3 = 1 a.o. \tag{2}$$

Розділивши почленно, маємо співвідношення

$$\frac{M}{M_\odot} = \left(\frac{a}{a_3}\right)^3 \left(\frac{T}{P}\right)^2. \tag{3}$$

Відстань до зорі

$$r = \frac{1}{\gamma''} \text{ [пк]}. \tag{4}$$

Лінійні розміри півосей

$$a = \alpha'' \cdot r = \frac{\alpha''}{\gamma''} \ a.o., \tag{5}$$

$$a_A = \alpha''_A \cdot r = \frac{\alpha''_A}{\gamma''} \ a.o.$$

Тому

$$\frac{a}{a_3} = \frac{\alpha''}{\gamma''}, \qquad \frac{a_A}{a_3} = \frac{\alpha''_A}{\gamma''}. \tag{6}$$

З рівняння (3) маємо

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{1}{(50)^2} \cdot \left(\frac{\alpha''}{\gamma''}\right)^3 = \frac{1}{2500} \cdot \left(\frac{7'',5}{0'',4}\right)^3 = 2.64. \tag{7}$$

Отже: $M = M_A + M_B = 2.64 \ M_\odot$.